

ÉLECTRICITÉ/ÉLECTRONIQUE

Bibliographie

[1] cours persos

[2] http://w3.cran.univ-lorraine.fr/perso/hugues.garnier/Enseignement/TdS/J-TdS_Conception_filtres_num.pdf

[3] https://www.emse.fr/~dutertre/documents/cours_convertisseurs.pdf

[4] Traitement des signaux et acquisition des données, chapitre 7, Dunod

[5] Transmission de signaux, Christophe More

[6] Électronique, Pérez

[7] H-prépa électronique, 1^e et 2^e années

[8] www.etienne-thibierge.fr

[9] BUP 782

[10] Précis électronique, PSI

[11] PUF électronique, Boussié

[12] Tout-en-un PSI/PSI*, Dunod

[13] H-prépa électrotechnique

[14] épreuve A 2020

[15] <https://www.futura-sciences.com/sciences/questions-reponses/physique-fonctionne-horloge-atomique-7233/>

[16] <http://jimpodvin2000.free.fr/Seconde/calendrier/page%20web%20horloge%20atomique.htm>

I Électrocinétique (À COMPLÉTER) ([1])

II Filtrage (voir [1], [2], [3])

En électronique, les signaux étudiés sont souvent la superposition d'un ensemble de signaux. Le signal utile et les signaux parasites (qu'on appelle bruit) sont générés par l'environnement (50 Hz dues aux installations électriques). Il est alors important de pouvoir sélectionner par des circuits électroniques le signal utile et d'éliminer les autres. Ces signaux ayant des fréquences différentes, on pourra utiliser cette propriété pour les trier. Les opérateurs permettant de faire la sélection des signaux utiles sur un critère fréquentiel sont appelés filtres.

Ex : une antenne de téléphone portable reçoit des signaux électriques correspondant à un grand nombre de communications, l'électronique doit permettre de sélectionner celle qui doit être reçue par l'utilisateur.

1) Filtrage analogique

Les filtres analogiques utilisent, éventuellement en combinaison avec des composants actifs, des résistances, des condensateurs, des bobines...

On peut classer les filtres en plusieurs ordres.

a) Filtres d'ordre 1

- Filtre passe-bas et intégrateur

Un filtre passe-bas est un filtre qui laisse passer les basses fréquences et atténue les hautes fréquences, c'est-à-dire les fréquences supérieures à une certaine fréquence dite fréquence de coupure.

Un filtre passe-bas du premier ordre est caractérisé par une fonction de transfert du type :

$$H(\omega) = \frac{H_0}{1+j\frac{\omega}{\omega_c}}, \text{ le gain maximal du filtre s'écrit : } G_{\max} = |H_0|, \omega_c \text{ est la pulsation de coupure}$$

Ce filtre est appelé passe-bas car son module est maximal lorsque ω tend vers 0 et il diminue lorsque ω augmente.

Ex : filtre RC

2 méthodes : transposition de l'équation différentielle dans le domaine complexe ou diviseur idéal de tension avec utilisation des impédances

On a donc $\tau = RC$ donc $\omega_c = \frac{1}{RC}$ et $H_0 = 1$

Pour toute la suite, on prend $H_0 = 1$

On peut réécrire la fonction de transfert sous la forme : $z = \frac{1}{a+jb} = \frac{a-jb}{a^2+b^2} = |z|(\cos(\varphi) + jsin(\varphi))$

On voit que $\cos(\varphi) > 0$ et $\sin(\varphi) < 0$ donc $-\frac{\pi}{2} < \varphi < 0$

Le gain (en dB) est donné par : $G = 20 \log(H)$

Ici, $G = 20 \log(H_0) - 20 \log(1 + j \frac{\omega}{\omega_c})$

Si $\omega \ll \omega_c$ alors $H \approx H_0 = 1$ donc $G = 0$ et $\varphi = 0$

Si $\omega \gg \omega_c$ alors $H \approx \frac{1}{j \frac{\omega}{\omega_c}}$ donc $G = -20 \log(\frac{\omega}{\omega_c})$ et $\varphi = -\frac{\pi}{2} \rightarrow$ on obtient l'équation d'une droite, de pente -20 dB/décade.

Pour $\omega = \omega_c$, $G = -20 \log(\sqrt{2}) \approx -3 \text{ dB}$

La pulsation de coupure est aussi appelée pulsation à -3 dB.

Un filtre passe-bas du 1^{er} ordre se comporte comme un intégrateur pour tout signal de pulsation très supérieur à ω_c .

- Filtre passe-haut et dérivateur

Un filtre passe-haut du premier ordre est un filtre dont la fonction de transfert est de la forme :

$$H = \frac{jH_0 \frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}} = \frac{j \frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}}$$

Ex : filtre RL, on trouve $\omega_c = \frac{R}{L}$

On peut réécrire la fonction de transfert sous la forme : $H = \frac{1}{1 - j \frac{\omega}{\omega_c}}$

On voit que $\cos(\varphi) > 0$ et $\sin(\varphi) > 0$ donc $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$

Si $\omega \ll \omega_c$ alors $G = 20 \log(\frac{\omega}{\omega_c})$ et $\varphi = \frac{\pi}{2} \rightarrow$ pente +20 dB/décade

Si $\omega \gg \omega_c$ alors $G = 0$ et $\varphi = 0$

Un filtre passe-haut du 1^{er} ordre se comporte comme un dérivateur pour tout signal de pulsation très inférieure à ω_c .

b) Filtres d'ordre 2

- Filtre passe-bas

Un filtre passe-bas du 2^e ordre est caractérisé par une fonction de transfert du type :

$$H = \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{Q\omega_0} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$
 avec Q le facteur de qualité

Ex : RLC série avec sortie sur le condensateur

On voit que $\sin(\varphi) < 0$ donc $-\pi < \varphi < 0$

Si $\omega < \omega_0$ alors $\cos(\varphi) > 0$ donc $-\frac{\pi}{2} < \varphi < 0$ et $\varphi = -\arctan\left(\frac{\omega}{Q\omega_0\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)}\right)$

Si $\omega > \omega_0$ alors $\cos(\varphi) < 0$ donc $-\pi < \varphi < -\frac{\pi}{2}$ et $\varphi = -\arctan\left(\frac{\omega}{Q\omega_0\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)}\right) - \pi$

Si $\omega \ll \omega_0$ alors $H \simeq 1$, $G = 0$ et $\varphi = 0$

Si $\omega \gg \omega_0$ alors $H \simeq -\frac{\omega_0^2}{\omega^2}$, $G = -20 \log\left(\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) = -40 \log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$ et $\varphi = -\pi \rightarrow$ pente de -40 dB/décade

On constate qu'un filtre d'ordre 2 atténue beaucoup plus rapidement les signaux de hautes fréquences qu'un filtre d'ordre 1.

Si on trace les courbes réelles pour différentes valeurs de Q, on constate qu'il y a un phénomène de résonance pour certaines valeurs de Q : $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$

- Filtre passe-bande

Un filtre passe-bande du 2^e ordre est caractérisé par une fonction de transfert du type :

$$H = \frac{\omega}{Q\omega_0} \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{Q\omega_0} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} = \frac{1}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

Ex : RLC série avec sortie aux bornes de la résistance

On voit que $\cos(\varphi) < 0$ donc $-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$

Si $\omega < \omega_0$ alors $\sin(\varphi) > 0$ donc $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$

Si $\omega > \omega_0$ alors $\sin(\varphi) < 0$ donc $-\frac{\pi}{2} < \varphi < 0$

Dans tous les cas, $\varphi = \arctan\left(Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right)$

Si $\omega \ll \omega_0$ alors $H \simeq j\frac{\omega}{Q\omega_0}$, $G = 20 \log\left(\frac{\omega}{Q\omega_0}\right)$ et $\varphi = \frac{\pi}{2}$

Si $\omega \gg \omega_0$ alors $H \simeq j\frac{\omega_0}{Q\omega}$, $G = 20 \log\left(\frac{\omega_0}{Q\omega}\right)$ et $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

Le filtre passe-bande présente toujours une résonance en $\omega = \omega_0$ et $G(\omega_0) = 0$. De plus les asymptotes se croisent en $-20 \log Q$ lorsque $\omega = \omega_0$. Plus Q est grand, plus les asymptotes se croisent bas sur le diagramme de gain, donc plus Q est grand, plus le filtre est sélectif, car plus la bande de fréquence qu'il laisse passer est resserrée autour de ω_0 .

On définit alors la bande passante à -3 dB d'un filtre passe-bande comme l'intervalle pour lequel le gain ne diffère pas plus de 3 dB de sa valeur maximale $\left(\frac{G_{max}}{\sqrt{2}} \leq G \leq G_{max}\right) : \Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}$

On peut déterminer rapidement le type de filtre en utilisant les équivalents des impédances en très basse fréquence et en très haute fréquence.

Pour réaliser des filtres complexes, on peut penser à mettre en cascade des filtres simples. Mais attention, la fonction de transfert globale est rarement le produit des fonctions de transfert des filtres seuls.

2) Filtrage numérique

En électronique, un filtre numérique est un élément qui effectue un filtrage à l'aide d'une succession d'opérations mathématiques sur un signal discret, c'est-à-dire qu'il modifie le contenu spectral du signal d'entrée en atténuant ou éliminant certaines composantes spectrales indésirées. Contrairement aux filtres analogiques, qui sont réalisés à l'aide d'un agencement de composantes physiques, les filtres numériques sont réalisés soit par des circuits intégrés dédiés, des processeurs programmables (microprocesseur, microcontrôleur, ...), soit par logiciel dans un ordinateur.

Les filtres numériques peuvent, en théorie, réaliser la totalité des effets de filtrage pouvant être définis par des fonctions mathématiques ou des algorithmes. Les deux principales limitations des filtres numériques sont la vitesse et le coût.

a) Avantages et limites

En comparaison du traitement du signal analogique, le traitement numérique présente un certain nombre d'avantages :

- Immunité partielle au bruit : un signal codé numériquement n'est pas bruité tant qu'on n'effectue pas de calculs ou tant que ceux-ci sont réalisés avec une précision arbitrairement grande. On peut donc mettre en cascade un grand nombre d'opérations. Néanmoins l'échantillonnage et les erreurs d'arrondi après les calculs sont malgré tout susceptibles de donner naissance à du bruit d'échantillonnage.
- Souplesse : un traitement numérique est facilement ajustable ou paramétrable en cours de fonctionnement. Le traitement peut même s'adapter de lui-même à la situation (évolution du signal d'entrée au cours du temps). L'aptitude des machines numériques à enchaîner des séquences d'opérations facilite également la réalisation d'algorithmes de traitement complexes. Un exemple important est la transformée de Fourier.
- Mémorisation : la facilité de mettre un signal en mémoire permet de réaliser des retards facilement et donc une grande variété de filtres ou des opérations de corrélation. On a également accès par ce biais à des traitements itératifs, fonctionnant par raffinements successifs, ce qui ouvre considérablement les possibilités.

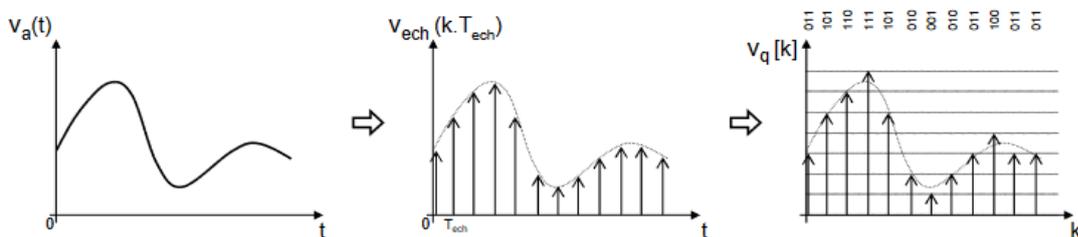
Ces avantages sont tempérés par quelques limites :

- la numérisation en elle-même peut dégrader le signal, du fait d'une quantification ou d'un échantillonnage insuffisants. De plus, les calculs numériques ne sont pas exempts d'erreurs, du fait des arrondis.
- le traitement numérique est nécessairement plus lent, plus consommateur et plus gourmand en ressources matérielles que l'approche analogique. Cependant, les progrès de la microélectronique réduisent de plus en plus l'impact de ces défauts et autorisent le recours au

traitement numérique d'un signal pendant sa transmission, dans un vaste domaine d'applications, qui s'effectuent jusqu'à des fréquences élevées de plus de 500 MHz.

Puisque les signaux naturels sont presque tous des signaux continus et que les circuits numériques ne manipulent que des données discrètes, il faut d'abord transformer ces signaux avant de pouvoir leur appliquer un traitement numérique. Cette transformation s'appelle la numérisation, elle est réalisée par un convertisseur analogique-numérique. Cette opération comprend deux actions : l'échantillonnage (qui transforme le signal à support continu en un signal à support discret) et la quantification (qui remplace les valeurs continues par des valeurs discrètes).

b) Convertisseur analogique-numérique (CAN)



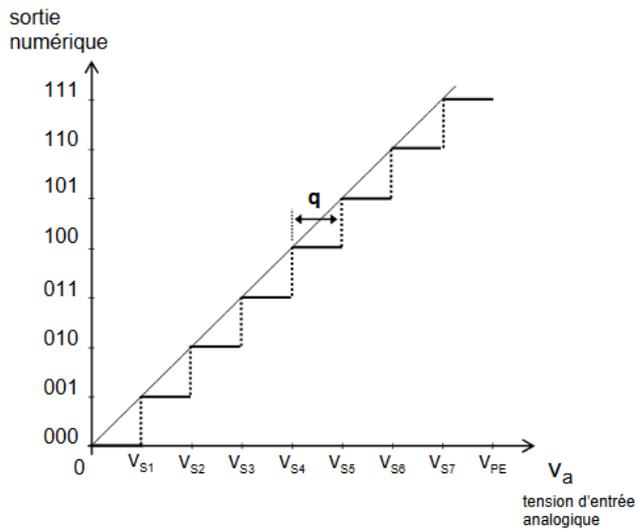
De gauche à droite : signal analogique, signal échantillonné, signal quantifié

Si on veut utiliser un signal échantillonné, il faut être sûr que ce dernier contienne toute l'information du signal analogique d'origine. Pour cela, le pas d'échantillonnage (période d'échantillonnage) doit être suffisamment petit. Si la fréquence d'échantillonnage n'est pas suffisamment élevée, on observe un phénomène appelé repliement de spectre : on observe l'apparition de fréquences qui ne devraient pas être sur le signal. Afin d'éviter ce problème, il faut que $f_{ech} > 2 f_{max}$, f_{max} étant la fréquence maximale du spectre.

A titre d'exemple, la plage de fréquences audio que nous percevons s'étend de 20 Hz à 20 kHz, ce qui explique le choix de la fréquence d'échantillonnage des CD qui a été fixée à 44,1 kHz.

On ne s'intéresse qu'aux CAN à quantification uniforme.

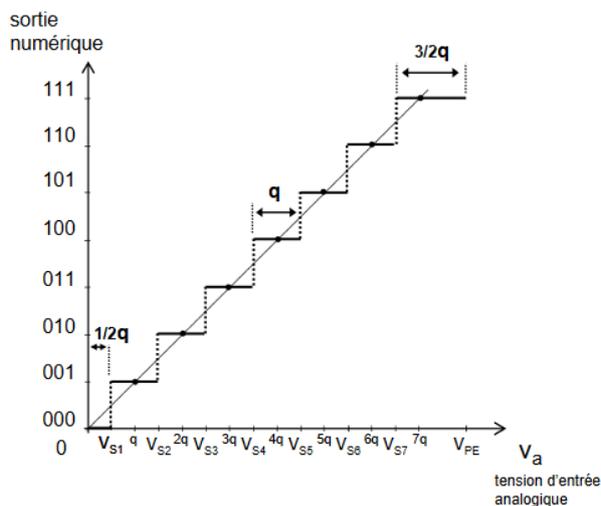
Le pas de quantification et la précision d'un CAN dépendent du nombre de bits en sortie, appelé résolution. Pour un CAN à N bits, le nombre d'états possibles en sortie est 2^N , ce qui permet d'exprimer des signaux numériques de 0 à $2^N - 1$ en code binaire naturel. Un CAN est caractérisé également par la plage de variation acceptable de la tension analogique d'entrée, appelée Pleine Echelle, notée V_{PE} . La pleine échelle est divisée en autant de plages d'égale dimension qu'il y a d'états possibles de la sortie numérique. Chaque plage est associée à un code numérique représentant la tension analogique d'entrée.



On définit le quantum q comme étant la dimension de ces plages : $q = \frac{V_{PE}}{2^N}$, les tensions de seuils sont des multiples de q . La droite sur la figure correspond au transfert idéal (CAN de résolution infinie, évidemment impossible). Plus la résolution d'un CAN est élevée, plus la sortie numérique est une image précise du signal analogique d'entrée.

On définit l'erreur de quantification comme la différence entre la valeur du signal échantillonné et la valeur analogique d'entrée correspondant au code de sortie. Ce type d'erreur est inhérent aux CAN et est lié à l'étape de quantification. Plus la résolution est élevée, plus cette erreur est réduite.

Un simple changement de convention, dans la fixation des tensions de seuil, permet de réduire l'erreur de quantification en valeur absolue. Ainsi, on utilisera plutôt la quantification linéaire centrée :

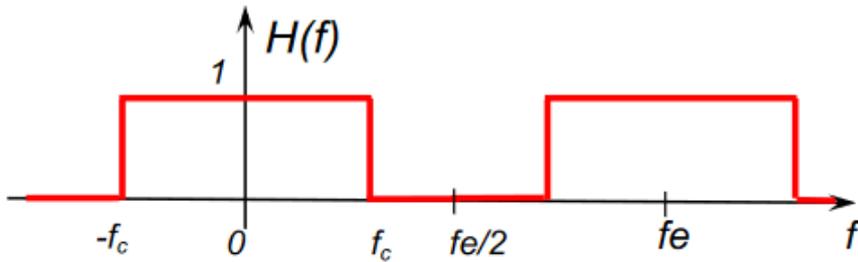


c) Filtres numériques

- Filtre passe-bas

La fonction de transfert est définie par : $H(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{si } \omega < \omega_c \\ 0 & \text{si } \omega \geq \omega_c \end{cases}$

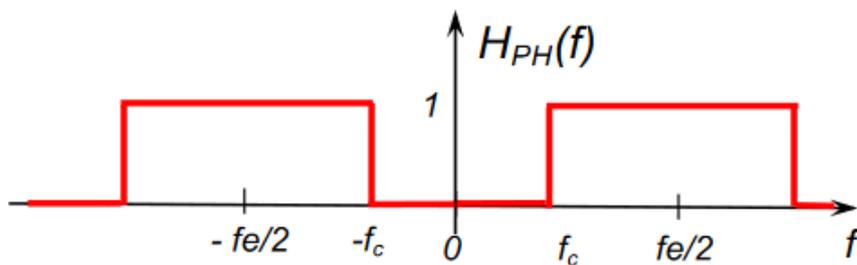
De plus $H(\omega + 2\pi f_{\text{éch}}) = H(\omega)$



- Filtre passe-haut

La fonction de transfert est définie par : $H(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{si } \omega > \omega_c \\ 0 & \text{si } \omega \leq \omega_c \end{cases}$

De plus $H(\omega + 2\pi f_{\text{éch}}) = H(\omega)$

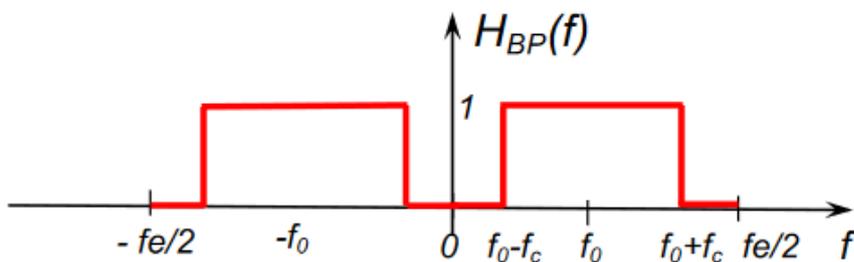


On remarque que $H_{PH} = 1 - H_{PB}$

- Filtre passe-bande

La fonction de transfert est définie par : $H(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{si } \omega \pm \omega_c \leq \omega_c \\ 0 & \text{si } \omega \pm \omega_c > \omega_c \end{cases}$

De plus $H(\omega + 2\pi f_{\text{éch}}) = H(\omega)$



On remarque que $H_{\text{Passe-bande}}(\omega) = H_{PB}(\omega + \omega_0) + H_{PB}(\omega - \omega_0)$

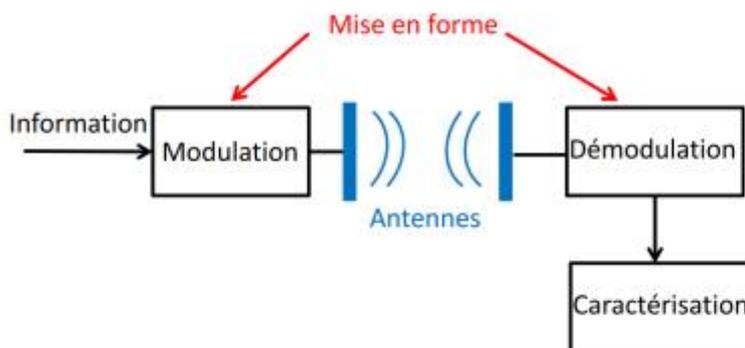
Le filtrage permet donc de séparer les parties utile et indésirable d'un signal. Il possède de nombreuses applications : télécommunications, radio, télévision, téléphones, ADSL...

III Traitement du signal (voir [1], [4], [5], [6])

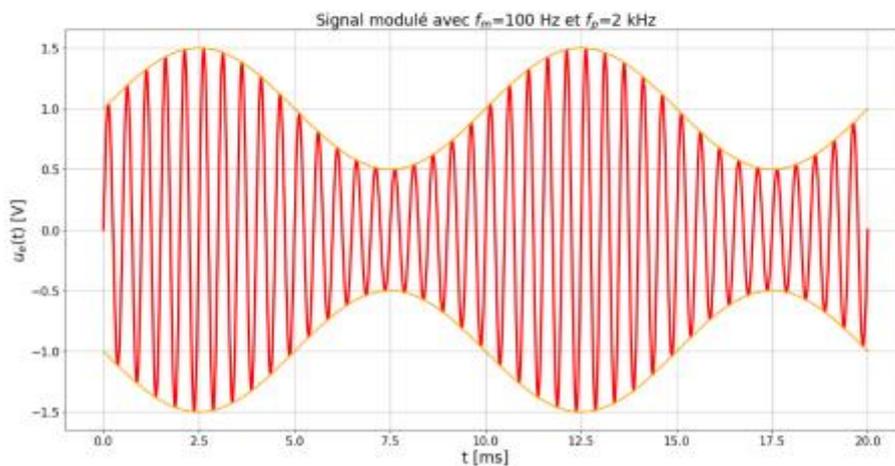
Le traitement du signal est la discipline étudiant l'élaboration et la caractérisation d'un signal physique. Comme la caractérisation est souvent réalisée via des signaux électroniques lors d'une expérience de physique, on se limitera ici aux signaux électroniques.

On va se concentrer sur la transmission d'informations par modulation d'amplitude. En s'appuyant sur cet exemple, nous étudierons différentes opérations de mise en forme du signal, à la fois analogique et numérique, puis une caractérisation numérique du signal.

Exemple de la modulation d'amplitude



Signal modulé en amplitude



Un signal sonore est transmis sous forme d'onde électromagnétique (rapide et peu coûteux). Mais plusieurs problèmes se posent : les signaux se mélangeraient, seraient perturbés par des bruits électromagnétiques, distorsion du signal, fortement atténués, les antennes doivent faire 10000 km de long...D'où l'utilisation de la modulation d'amplitude.

1) Mise en forme analogique et numérique d'un signal

a) Multiplication de signaux

C'est un exemple d'opération analogique sur un signal. On peut éventuellement ajouter un offset. Dans notre cas, on va réaliser une modulation d'amplitude à porteuse conservée, c'est-à-dire qu'on ajoute un offset au signal modulant :

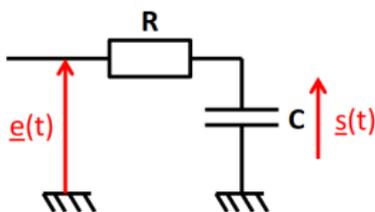
$$\begin{aligned}u_e(t) &= u_p(t) \times u_m(t) \\ &= A_p \cos(2\pi f_p t) \times (C + A_m \cos(2\pi f_m t)) \\ &= A_p C \left(\cos(2\pi f_p t) + \frac{A_m}{2C} \cos(2\pi(f_m + f_p)t) + \frac{A_m}{2C} \cos(2\pi(f_p - f_m)t) \right)\end{aligned}$$

On était partis de 2 fréquences, à priori éloignées l'une de l'autre ($f_m \ll f_p$), et on aboutit à un signal avec 3 fréquences, relativement proches les unes des autres, centrées en f_p . On a globalement décalé les basses fréquences de signal vers de hautes fréquences.

b) Filtrage linéaire (voir plus haut)

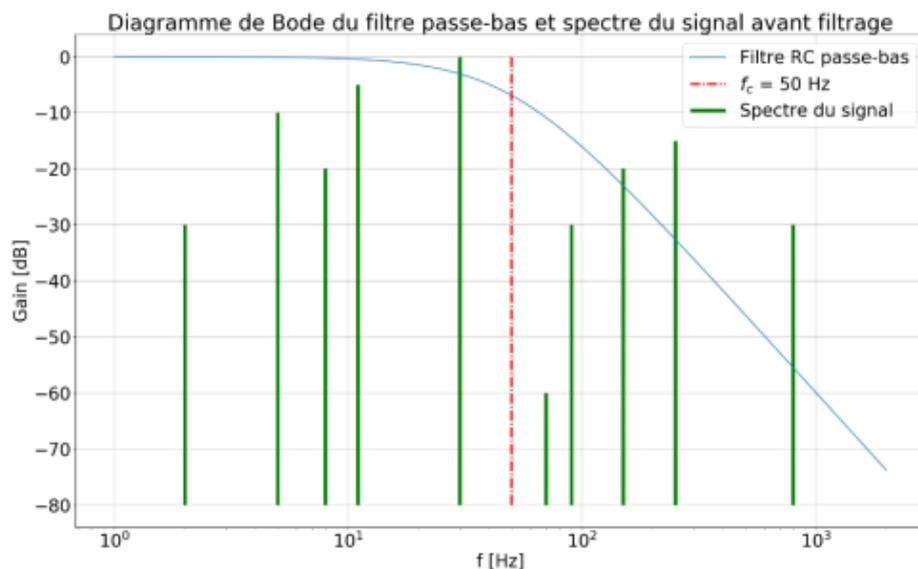
L'objectif du filtrage est de modifier l'amplitude et la phase de composantes du signal en fonction de leur fréquence.

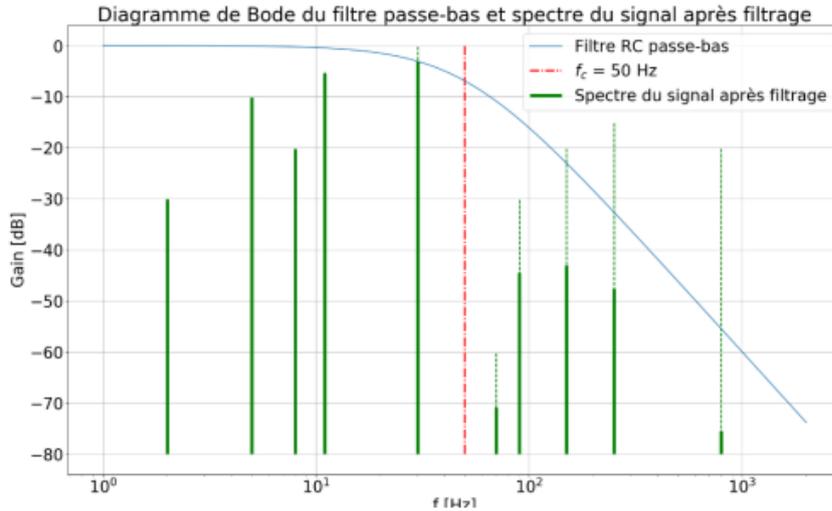
Exemple du filtre passe-bas du 1^{er} ordre



Fonction de transfert :

$$H(j\omega) = \frac{1}{1+jRC\omega}$$





c) Translation de fréquences

Pour le moment on a multiplié la porteuse par la signal modulant, donc on a une composante à f_p , une à $f_p + f_m$ et une à $f_p - f_m$, mais c'est la composante à f_m qui nous intéresse ! Comment retrouver le signal modulant $u_m(t)$? Il faut remultiplier la porteuse ! On obtient ainsi un signal $u_x(t) = u_e(t) * u_p(t)$

On prend chaque composante spectrale de $u_e(t)$ et en procédant par analogie avec le calcul précédent, on construit au fur et à mesure le spectre de $u_x(t)$. On voit ainsi apparaître la composante à f_m , qui plus est bien isolée. On voit apparaître directement la nécessité de filtrer, et l'ordre de grandeur de la fréquence de coupure à utiliser.

Expérience : porteuse à 130 kHz, modulant à 100 Hz et fréquence de coupure à 700 Hz environ.

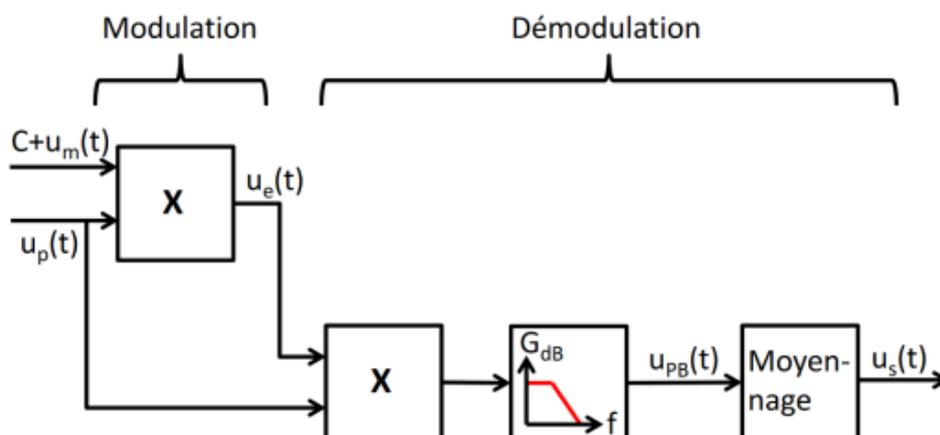
Le signal $u_{PB}(t)$ obtenu est bruité...

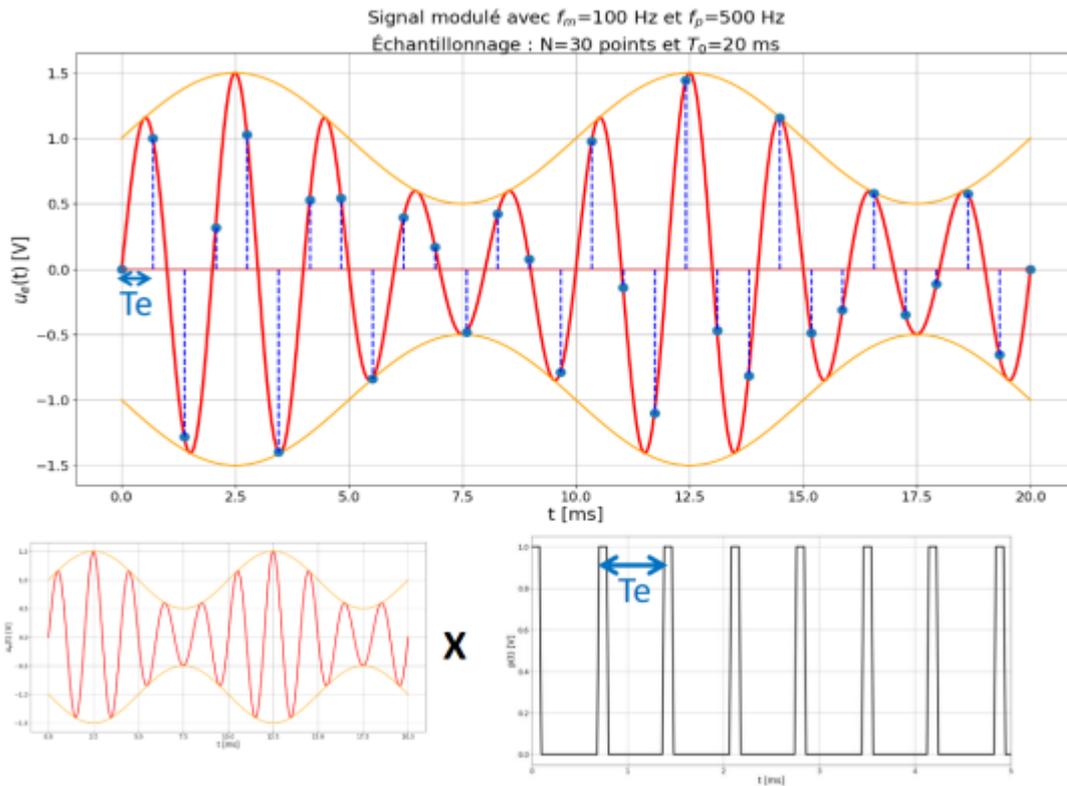
d) Moyennage numérique

Il y a toujours du bruit sur un signal physique. On peut moyenner le signal à l'oscilloscope.

Bilan de la modulation :

Exemple de la modulation d'amplitude



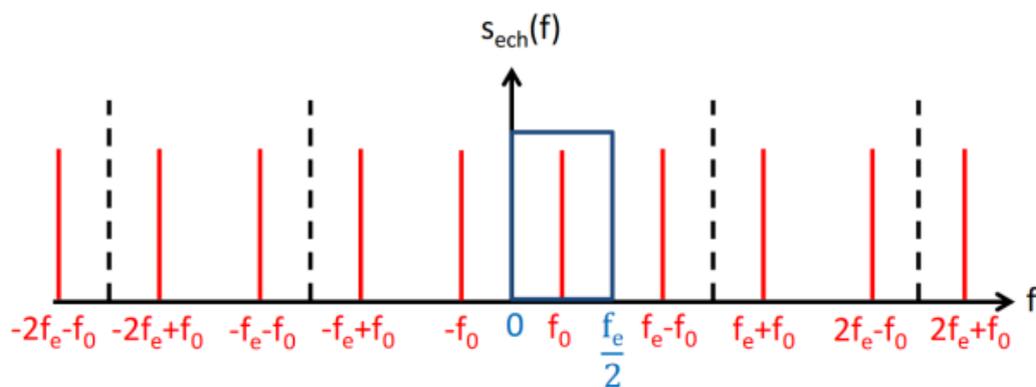


Nous allons maintenant caractériser le signal obtenu.

- 2) Un outil numérique de caractérisation : la transformée de Fourier rapide
 - a) Échantillonnage

Numeriser un signal est utile pour récupérer des données et les manipuler (**voir plus haut**).

Spectre d'un signal sinusoïdal échantillonné à f_e



Mathématiquement : $s_{ech}(t) = s(t) * p(t)$, avec $p(t)$ périodique de fréquence f_e

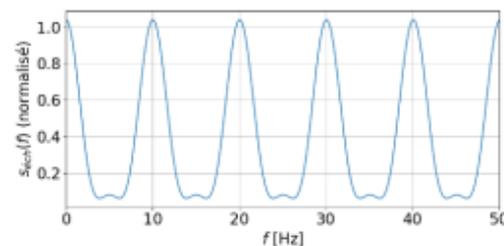
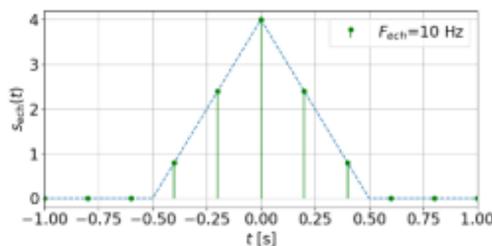
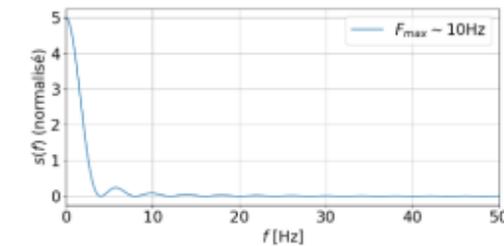
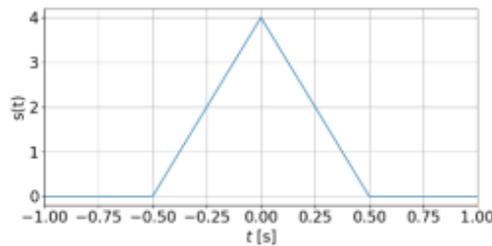
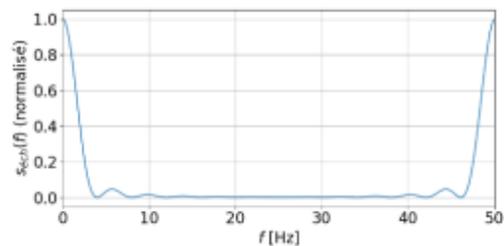
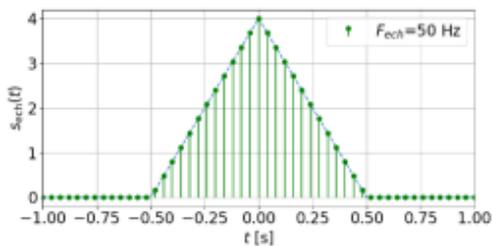
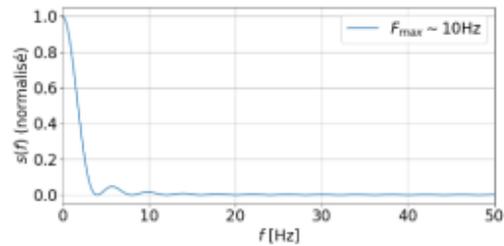
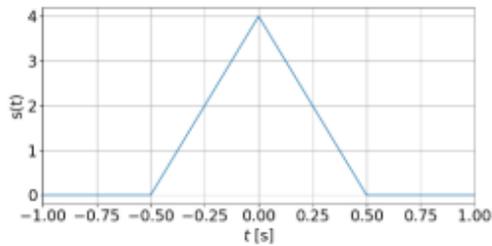
b) Conséquences spectrales

A-t-on toujours la même information dans $s_{ech}(t)$?

Cas d'un signal périodique : $s(t) = S \cos(2\pi ft)$, $p(t)$ est aussi périodique -> décomposition en série de Fourier

Le signal $s_{ech}(t)$ est un produit de cosinus : on obtient un signal échantillonné avec les fréquences $f_e \pm f_0$.

On retrouve le spectre sur $[0 ; f_e/2]$. Si f_e diminue, le pic à $f_e - f_0$ va finir par croiser le pic à f_0 : le spectre est replié. On retrouve le spectre si $f_e - f_0 \geq f_0$. Donc on se limite toujours à $[0 ; f_e/2]$ -> critère de Shannon.



Exemple : signal démodulé. On prend $f_m = 100$ Hz, donc $f_e \geq 200$ Hz. On prend $f_e = 250$ Hz. Sur l'oscilloscope : $N = 1000$, donc $T_0 = 4$ s. On observe bien un pic à 100 Hz.

Sur le spectre du signal modulé, on ne voit pas 3 pics, il s'agit là d'un problème de résolution.

c) Compromis pour la résolution du spectre

Cette résolution est imposée par l'algorithme de calcul de la FFT. Celui-ci ajoute $N/2 + 1$ points entre 0

et $f_e/2$, soit une résolution de : $\Delta f = \frac{f_e}{2N} = \frac{1}{T_0}$

Expérience : critère de Shannon : $f_e \geq 260$ kHz

Résolution : on veut $\Delta f \ll 100$ Hz, par exemple $\Delta f = 10$ Hz.

Ainsi, $N = 26000$ points, alors que nous n'en avons que 1000 à disposition, d'où la nécessité d'un compromis.

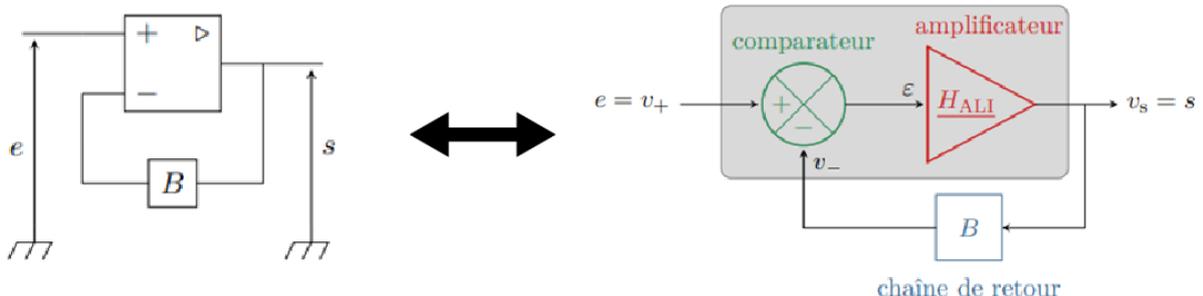
d) Sous-échantillonnage

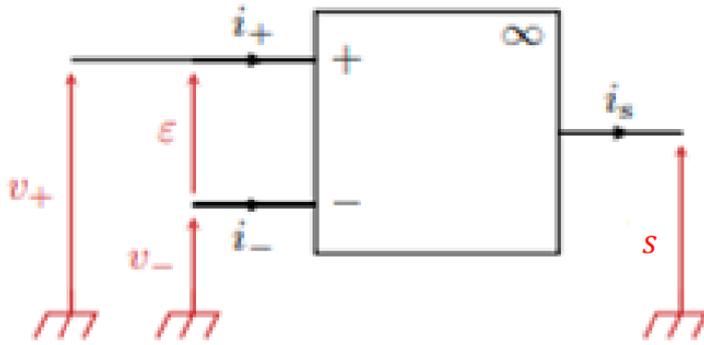
Comment faire si le nombre de points n'est pas suffisant ? Si le spectre est étroit, on sous-échantillonne mais on augmente la résolution. Si on augmente T_0 , on observe des repliements successifs. Il faut faire attention car la fréquence apparente des pics est différente de la fréquence réelle.

Bilan : on a vu différents blocs usuels de mise en forme des signaux, mais il s'agit d'une infime partie des opérations de traitement du signal. D'autres mises en forme (amplification...) et caractérisations (valeur efficace...) sont possibles, mais à partir de ce qu'on a vu, on peut déjà faire pas mal d'opérations.

IV Rétroaction et oscillations (voir [1], [7], [8], [9], [10], [11])

1) Amplificateur opérationnel (À COMPLÉTER)



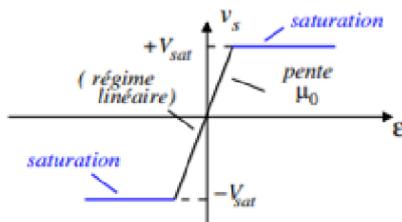


$$\epsilon = V_+ - V_-$$

ALI réel

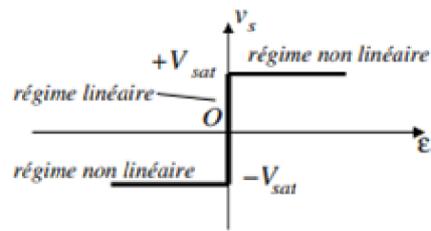
Fonction de transfert du 1er ordre

$$s(p) = \frac{\mu_0}{1 + \tau p} \epsilon(p) \quad \mu_0 \sim 10^5$$



ALI idéal

Gain $\mu_0 \rightarrow +\infty$



Régime linéaire

On a : $\epsilon = V_+ - V_- = 0$

Avec le théorème de Millman, on déduit :

$$H(p) = \frac{s(p)}{e(p)}$$

Régime saturé

- On suppose l'état de sortie : $s = +V_{sat}$

On déduit une condition sur e pour avoir une telle sortie s avec $\epsilon = f(e, s) \geq 0$

- On suppose l'état de sortie : $s = -V_{sat}$

On déduit une condition sur e pour avoir une telle sortie s avec $\epsilon = f(e, s) \leq 0$

- On trace le cycle d'hystérésis $s = f(e)$

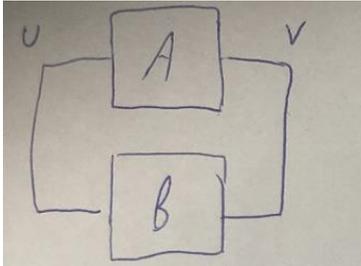
On retrouve également les rétroactions « dans la nature », notamment si on s'intéresse au climat. Si une planète s'éloigne de son étoile, le flux solaire diminue. La température va ainsi diminuer, ce qui va augmenter la surface recouverte par la glace et la neige, et donc mener à un albédo plus élevé, ce qui veut dire qu'on va réfléchir à plus de flux solaire. Il s'agit du phénomène de glaciation galopante. C'est une boucle de rétroaction positive. À l'inverse, si on augmente le flux solaire reçu, la température va augmenter, ainsi que l'évaporation et donc l'effet de serre. Il s'agit également d'une rétroaction positive.

2) Oscillateurs électroniques

Un oscillateur est un système qui présente une variation périodique d'une de ses grandeurs sans source périodique.

a) Oscillateur quasi-sinusoidal

Principe de fonctionnement :



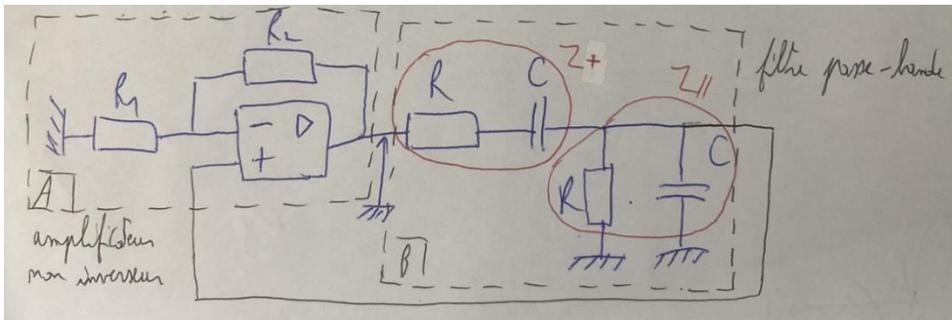
$$v = Au \text{ et } u = Bv \text{ donc : } vu = ABuv \rightarrow v = ABv, v(1 - AB) = 0$$

Pour avoir $v \neq 0$, il faut $1 - AB = 0$. Les éventuelles pertes sont compensées par A.

$$\text{La fonction de transfert s'écrit : } H(j\omega) = \frac{A(j\omega)}{1 - A(j\omega)B(j\omega)}$$

Critère de Barkhausen : un système bouclé peut osciller spontanément, il existe ω_0 réel tel que $A(j\omega_0)B(j\omega_0) = 1$.

Exemple : oscillateur de Wien



Étude fréquentielle :

$$\text{Le bloc A est un amplificateur non inverseur, le gain est } A = \frac{u}{v} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

On cherche la fonction de transfert du bloc B :

$$H_B = \frac{v}{u} = \frac{Z_{//}}{Z_{//} + Z_+} = \frac{1}{1 + Z_+ Y_{//}}, \text{ avec } Y_{//} = \frac{1}{Z_{//}} \text{ l'admittance}$$

$$\text{On a donc : } \frac{v}{u} = \frac{1}{1 + (R + \frac{1}{j\omega C})(\frac{1}{R} + j\omega C)} = \frac{jRC\omega}{jRC\omega + (1 + jRC\omega)^2} = \frac{jRC\omega}{1 + 3jRC\omega - (RC\omega)^2}$$

$$\text{On pose } \omega_0 = \frac{1}{RC}, Q = \frac{1}{3} \text{ et } H_0 = \frac{1}{3}$$

$$\text{On cherche } \omega_r \text{ tel que } A(j\omega_r)B(j\omega_r) = 1 : \frac{jA\tau\omega_r}{1 + 3\tau\omega_r - (\tau\omega_r)^2} = 1$$

Donc : $(j\tau\omega_r)^2 + j(3-A)\tau\omega_r + 1 = 0$

Pour avoir une solution réelle, il faut que $A = 3$ et $\omega_r = \omega_0$

Étude temporelle :

D'après la loi des mailles : $u = Ri + u_{C_1} + v$, de plus $i = C \frac{du_{C_1}}{dt}$

En dérivant la loi des mailles, on obtient : $\frac{du}{dt} = R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} + \frac{dv}{dt}$

D'après la loi des nœuds : $i = \frac{v}{R} + C \frac{dv}{dt}$

$\frac{du}{dt} = 3 \frac{dv}{dt} + RC \frac{d^2v}{dt^2} + \frac{v}{RC} = A \frac{dv}{dt}$, on obtient donc : $R^2C^2 \frac{d^2v}{dt^2} + (3 - A)RC \frac{dv}{dt} + v = 0$

On voit que si $A = 3$, on retrouve l'équation d'un oscillateur harmonique.

Si on écrit le discriminant de l'équation caractéristique, on obtient : $\Delta = \omega_0^2(3 - A)^2 - 4\omega_0^2$, soit :

$\Delta = \omega_0^2(1 - A)(5 - A)$

Il y a plusieurs possibilités :

- Si $A < 1$: la solution est en exponentielle décroissante
- Si $1 < A < 3$: la solution est une sinusoïde décroissante
- Si $3 < A < 5$: la solution est une sinusoïde croissante, le montage finira par saturer
- Si $A > 5$: la solution est en exponentielle croissante, le montage finira par saturer

En pratique, on choisira A légèrement supérieur à 3.

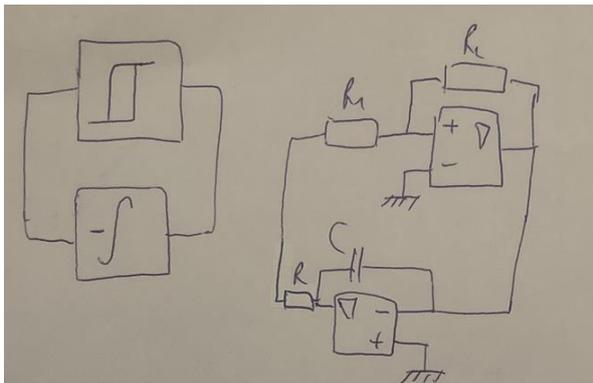
Autre exemple : résistance négative

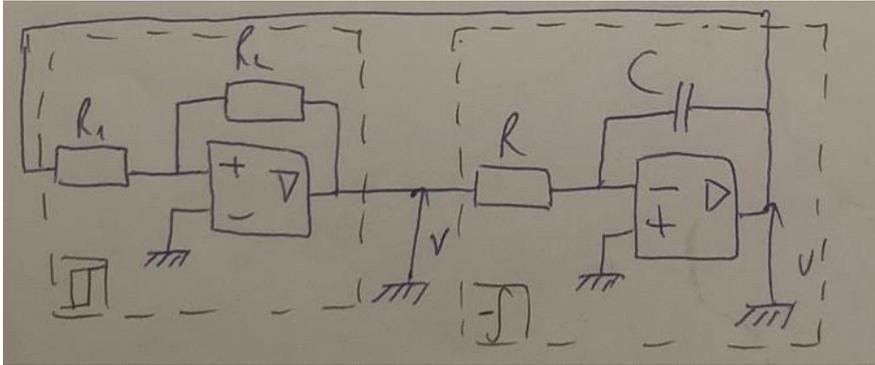
Nous allons maintenant voir un autre type d'oscillateur électronique.

b) Oscillateur à relaxation

Il s'agit d'un système qui produit des oscillations par alternance entre deux modes d'évolution, le basculement entre deux modes s'effectuant avant que chacun ait atteint un état stable. On parle aussi de multivibrateur astable.

Étude détaillée :





Ici, l'ALI ne fonctionne pas en régime linéaire ($V_+ \neq V_-$)

A $t = 0$, u passe par V_B en diminuant \rightarrow basculement de v de $+V_{sat}$ à $-V_{sat}$

Donc $v(0^+) = -V_{sat}$ et $u(t) - u(0) = \frac{V_{sat}}{RC} t$, soit $u(t) = V_B + \frac{V_{sat}}{RC} t$ (croissante)

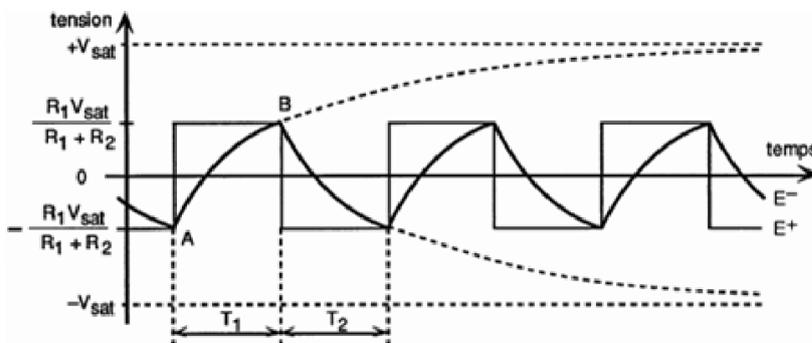
Soit t_0 tel que $u(t_0) = V_H$: $V_H = V_B + \frac{V_{sat}}{RC} t_0 \rightarrow t_0 = RC \frac{V_H - V_B}{V_{sat}}$

A $t = t_0$, u passe, en augmentant, par $V_H \rightarrow$ basculement de v de $-V_{sat}$ à $+V_{sat}$

Pour $t > t_0$: $u(t) - u(t_0) = -\frac{V_{sat}}{RC} (t - t_0)$, soit $u(t) = V_H - \frac{V_{sat}}{RC} (t - t_0)$

Soit t_1 tel que $u(t_1) = V_B$: $V_B = V_H - \frac{V_{sat}}{RC} (t_1 - t_0) \rightarrow t_1 = t_0 + RC \frac{V_H - V_B}{V_{sat}}$, donc $t_1 = 2t_0$

Or, $V_H = \frac{R_1}{R_2} V_{sat}$ et $V_B = -V_B$, on suppose que $R_1 < R_2$



La période des signaux est : $T = 2RC \frac{V_H - V_B}{V_{sat}} = \frac{4RCR_1}{R_2}$

Analogie : vase de Tantale

Les oscillateurs ont de nombreuses applications : on peut citer les montres à quartz ou la modulation de fréquences, par exemple dans le cas du synthétiseur DX7 de Yamaha.

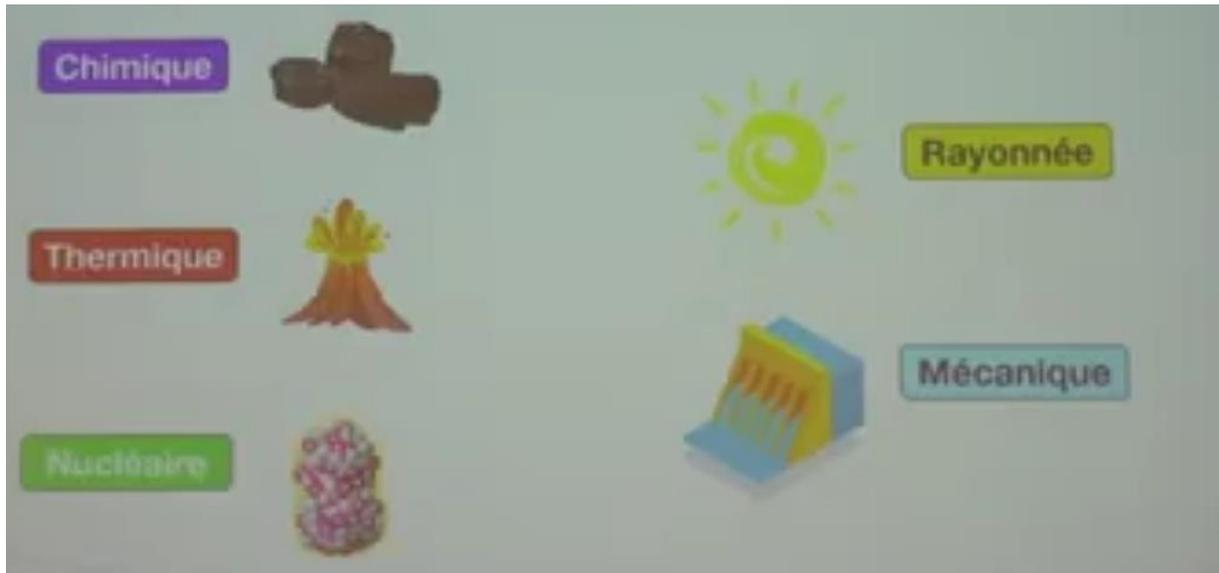


V Production et transport de l'énergie électrique ([1])

L'énergie que l'on utilise au quotidien est exclusivement transportée sous forme électrique. Cependant elle est produite par un travail mécanique comme une turbine et elle est souvent utilisée sous forme de travail mécanique (TGV, aspirateur...).

1) Sources d'énergie exploitables

a) Différentes formes d'énergie



Il existe différents « types » d'énergie :

- Chimique, ex : biomasse
 - Rayonnée, ex : Soleil
 - Thermique, ex : océan...
 - Mécanique, ex : éolienne
 - Nucléaire
- ➔ Production d'énergie électrique

b) Production d'énergie électrique

Centrales : l'énergie chimique (combustion), rayonnée ou nucléaire (fission) est transformée en énergie thermique, puis convertie en énergie mécanique grâce à un moteur, puis convertie en énergie électrique. L'énergie chimique peut également être convertie directement en énergie mécanique grâce au phénomène d'osmose.

Pour convertir l'énergie mécanique en énergie électrique, on peut avoir recours à un générateur électrostatique, un générateur à courant continu ou une machine synchrone (plus utilisée), ou encore une machine asynchrone.

2) Conversion de l'énergie (À COMPLÉTER)

...

Voir conversion électro-mécanique plus bas

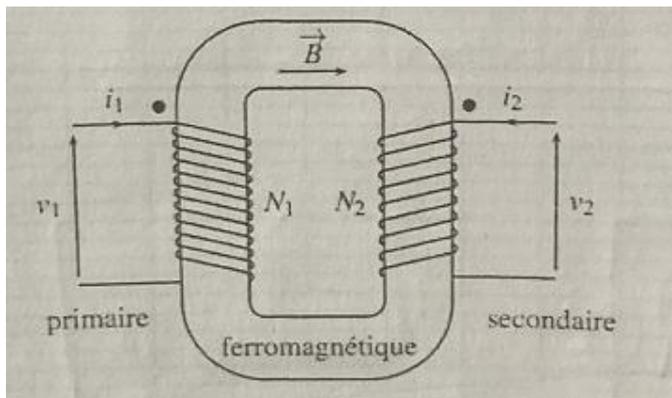
3) Transport électrique : transformateurs

L'électricité, avant d'arriver chez nous, passe par plusieurs étapes de transformation. Le transport de l'électricité se fait grâce à un réseau de grand transport et d'interconnexion, et à un réseau de distribution.

Le réseau de grand transport achemine l'électricité produite à la sortie des centrales sur de longues distances grâce à des lignes très haute tension (entre 225 et 400 kV). L'électricité est ensuite dirigée vers un poste de transformation dit « poste source », qui transforme la très haute tension en haute tension (environ 90 kV) et en moyenne tension (20 kV). L'électricité transformée à moyenne tension est ensuite acheminée sur le réseau de distribution et peut être à son tour transformée en basse tension (entre 230 et 400 V) grâce à des postes de transformation dits « postes de distribution ». La transformation de la tension se fait grâce à des transformateurs.

a) Transformateur de tension

Un transformateur est un appareil qui modifie l'amplitude de la tension. Il se compose d'une carcasse ferromagnétique qui canalise les lignes de champ magnétique. Cela signifie qu'il n'existe pas de champ magnétique à l'extérieur de la carcasse. Un premier enroulement, appelé primaire, constitué de N_1 spires autour de la carcasse, reçoit l'énergie électrique. Un second enroulement, appelé secondaire, constitué de N_2 spires, est traversé par le champ magnétique canalisé par la carcasse.



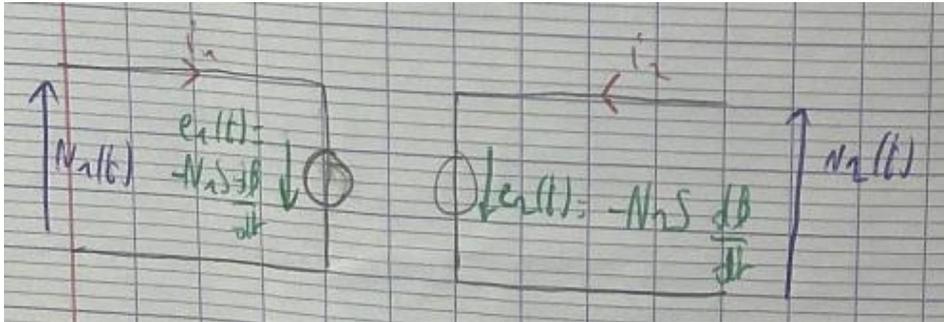
b) Rapport de transformation

magnétique variable $B(t)$. Grâce au matériau ferromagnétique, le champ $B(t)$ traverse le secondaire en créant une force électromotrice induite. En notant S la section des enroulements, le flux s'écrit :

$$\phi_1 = N_1 B(t) S \text{ et } \phi_2(t) = N_2 B(t) S$$

On en déduit la fem induite grâce à la loi de Faraday : $e_1(t) = -N_1 S \frac{dB}{dt}$ et $e_2(t) = -N_2 S \frac{dB}{dt}$

Le schéma électrique équivalent est le suivant :

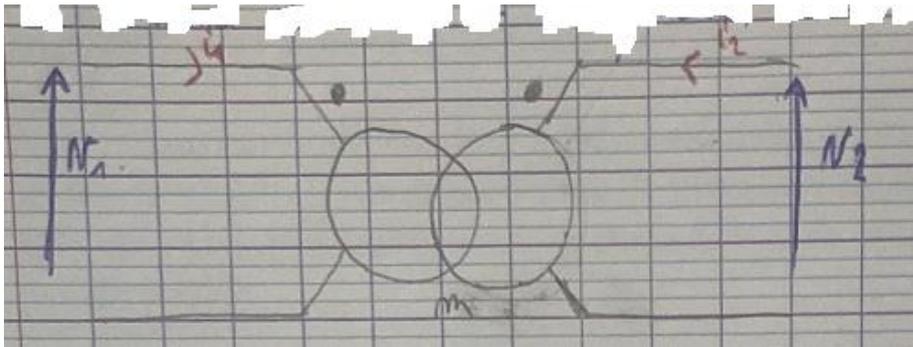


D'après la loi des mailles : $v_1 + e_1 = 0$ et $v_2 + e_2 = 0$

Donc $v_1(t) = N_1 S \frac{dB}{dt}$ et $v_2(t) = N_2 S \frac{dB}{dt}$

Ainsi, $\frac{v_2}{v_1} = \frac{N_2}{N_1} = m$, m est appelé rapport de transformation

Le schéma normalisé du transformateur est le suivant :



VI Conversion électro-mécanique (voir [1], [12] à [16])

L'énergie que l'on utilise au quotidien est exclusivement transportée sous forme électrique. Cependant elle est produite par un travail mécanique comme une turbine et elle est souvent utilisée sous forme de travail mécanique (TGV, aspirateur...). Entre toutes ces étapes il y a donc besoin de conversion électromécanique. Ce procédé essentiel va être développé dans ce cours autour d'un exemple qui est la machine synchrone. Mais avant cela, nous allons voir d'autres exemples de conversion électro-mécanique.

Un convertisseur électromécanique est un actionneur/moteur/générateur qui met en jeu le couplage entre les phénomènes mécaniques et électriques, en présence d'un champ magnétique.

1) Transducteurs électro-acoustiques

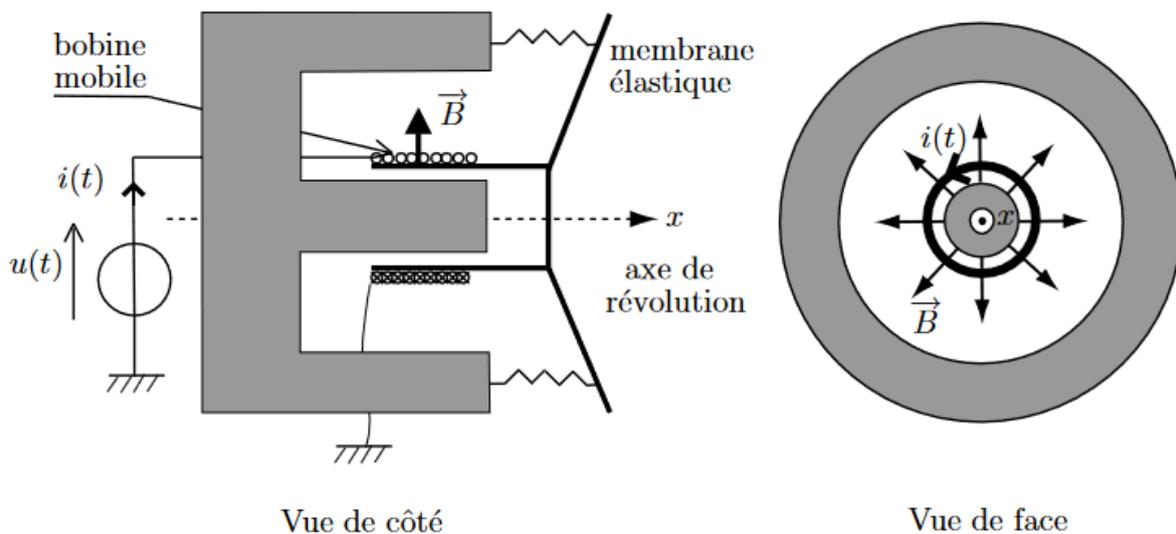
Un transducteur est un dispositif convertissant un signal physique en un autre, par exemple un signal lumineux en signal électrique (photorécepteurs). On ne s'intéresse ici qu'aux transducteurs électro-mécaniques, plus particulièrement électro-acoustiques.

Le courant électrique, les vibrations mécaniques, les ondes sonores sont tous des phénomènes *vibratoires*. Il n'est donc pas étonnant que, en comparant les équations qui régissent certains circuits électriques à celles qui servent à décrire des régimes vibratoires, mécaniques d'abord puis, plus tard, acoustiques également, on ait constaté des analogies frappantes : il suffit de faire correspondre entre elles certaines grandeurs respectivement électriques, mécaniques et acoustiques pour que les systèmes d'équation deviennent les mêmes.

Parmi les transducteurs couramment utilisés en acoustique, on distingue les capteurs, qui transforment une grandeur acoustique ou mécanique en une grandeur électrique (microphone, accéléromètre...) et les sources, qui font l'inverse (haut-parleur, écouteurs...).

a) Le haut-parleur

Un haut-parleur électrodynamique peut être schématisé de la façon suivante :



Il est constitué :

- D'un aimant annulaire (d'axe Ox), créant un champ magnétique radial permanent $\vec{B} = B\vec{e}_r$, supposé uniforme dans la région de l'entrefer
- D'une bobine indéformable de même axe Ox comportant N spires de rayon a, dans l'entrefer de l'aimant, de résistance R et d'inductance L
- D'une membrane perpendiculaire à l'axe et pouvant effectuer de faibles déplacements axiaux autour de sa position d'équilibre, grâce à un système élastique modélisé par un ressort unique de raideur k

La bobine est alimentée par un générateur, qui fait passer un courant dans le circuit. La bobine, parcourue par un courant et plongée dans le champ magnétique créée par l'aimant, est soumise aux

forces de Laplace. Elle est mise en mouvement et engendre alors une onde sonore par déplacement de l'air au voisinage de la membrane mobile. Mais le circuit mobile se trouve dans un champ magnétique permanent, il est donc le siège d'un phénomène d'induction : une force électromotrice induite $e(t)$ apparaît qui s'oppose à $E(t)$. L'énergie électrique fournie par le générateur est transformée en énergie mécanique.

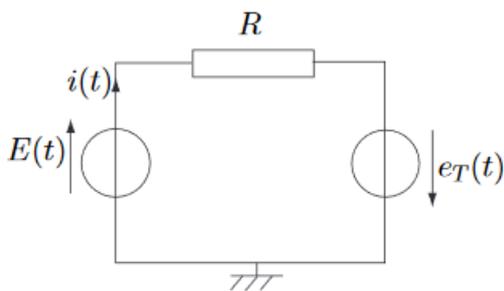
On suppose que l'ensemble {bobine + membrane}, de masse m , est soumis à une force de frottements visqueux de la part de l'air de la forme $\vec{f} = -\alpha\vec{v}$, ainsi que le poids $\vec{P} = m\vec{g}$, la force de rappel du ressort $\vec{F}_r = -k\vec{x}$ et la force de Laplace \vec{F}_L .

$$\vec{F}_L = \oint i(t) d\vec{l} \wedge \vec{B} = - \oint i(t) B dl \vec{e}_x = -2\pi NaBi \vec{e}_x$$

D'après la 2^e loi de Newton : $m\ddot{x} + \alpha\dot{x} + kx = -2\pi NaBi$

On va maintenant déterminer l'équation électrique. La force électromotrice induite par le mouvement du haut-parleur dans le champ \vec{B} vaut : $e(t) = \oint (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot d\vec{l} = 2\pi NaB\dot{x}$

Le schéma électrique équivalent est :



, avec e_T la force électromotrice induite totale

Ainsi, d'après la loi des mailles, on a : $E(t) = Ri(t) + L \frac{di}{dt} - 2\pi NaB \frac{dx}{dt}$

La tension $E(t)$ est sinusoïdale : $E(t) = E_0 \cos(\omega t)$

En notation complexe, on obtient :

$$\begin{cases} E_0 = (R + jL\omega)\underline{I} - 2\pi NaB\underline{V} \\ jm\omega\underline{V} = -\frac{k}{j\omega}\underline{V} - f\underline{V} - 2\pi NaB\underline{I} \end{cases}$$

$$\left(R + jL\omega + \frac{1}{\frac{f}{(2\pi NaB)^2} + \frac{j m \omega}{(2\pi NaB)^2} + \frac{k}{j(2\pi NaB)^2 \omega}} \right) \underline{I} = E_0$$

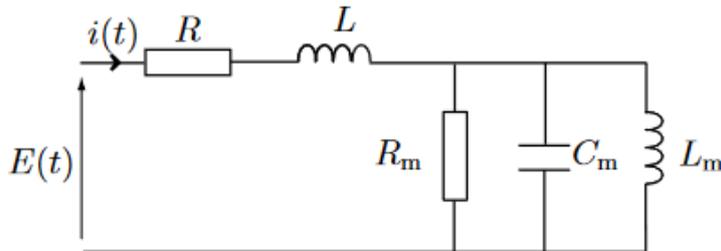
On voit apparaître l'impédance \underline{Z} du circuit sous la forme : $\underline{Z} = \underline{Z}_{el} + \underline{Z}_m$

$$\underline{Z}_{el} = R + jL\omega \quad \text{et} \quad \underline{Z}_m = \frac{1}{\underline{Y}_m}$$

avec :

$$\underline{Y}_m = \frac{f}{(2\pi NaB)^2} + \frac{j m \omega}{(2\pi NaB)^2} + \frac{k}{j(2\pi NaB)^2 \omega} = \frac{1}{R_m} + j C_m \omega + \frac{1}{j L_m \omega}$$

Le schéma électrique équivalent du haut-parleur est donc :



Pour $m = 3,85 \text{ g}$, $k = 1200 \text{ N.m}^{-1}$, $2\pi NaB = 2,3 \text{ T.m}$ et $\alpha = 0,68 \text{ kg.s}^{-1}$, on obtient :

$R_m = 7,8 \text{ } \Omega$, $C_m = 0,73 \text{ mF}$ et $L_m = 4,4 \text{ mH}$.

On peut poser décomposer l'impédance en une partie réelle et une partie imaginaire. On peut montrer

que la partie réelle s'écrit : $Re(\underline{Z}) = R + \frac{R_m}{1 + R_m^2 (C_m \omega - \frac{1}{L_m \omega})^2}$

En très basse fréquence et très haute fréquence, $Re(\underline{Z}) \simeq R$

Par ailleurs, on pourrait montrer que le rendement d'un haut-parleur s'écrit :

$$\eta = \frac{\langle \alpha v^2 \rangle}{\langle Ri^2 \rangle + \langle \alpha v^2 \rangle} = \frac{R_m}{Re(\underline{Z})} = \frac{Re(\underline{Z}) - R}{Re(\underline{Z})}$$

Le rendement d'un haut-parleur est extrêmement faible, mais il est intéressant dans une gamme de fréquence où la puissance acoustique qu'il délivre est à peu près indépendante de la fréquence. On va maintenant s'intéresser au sonar.

b) Le sonar (À COMPLÉTER)

Le sonar (pour Sound Navigation And Ranging) est un appareil utilisant les propriétés particulières de la propagation du son dans l'eau pour détecter et situer les objets sous l'eau en indiquant leur direction et leur distance, utilisé notamment pour la détection de sous-marins ou encore l'archéologie subaquatique.

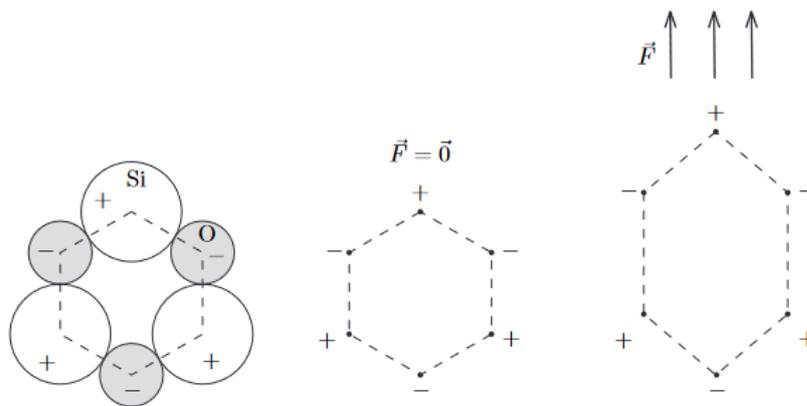
Le sonar fut la première application de la piézoélectricité, développé alors par Paul Langevin et ses collaborateurs pendant la Grande Guerre. Ce sonar était composé de lames de quartz collées entre deux plaques d'acier et d'un hydrophone et permettait, par la mesure du temps écoulé entre l'émission d'une onde acoustique et la réception de son écho, de calculer la distance à l'objet.

2) Piézoélectricité

La piézoélectricité est la propriété que possèdent certains matériaux de se polariser sous l'action d'une contrainte mécanique et réciproquement de se déformer lorsqu'on leur applique un champ électrique. Les deux effets sont indissociables.

a) Modèle électrique du quartz

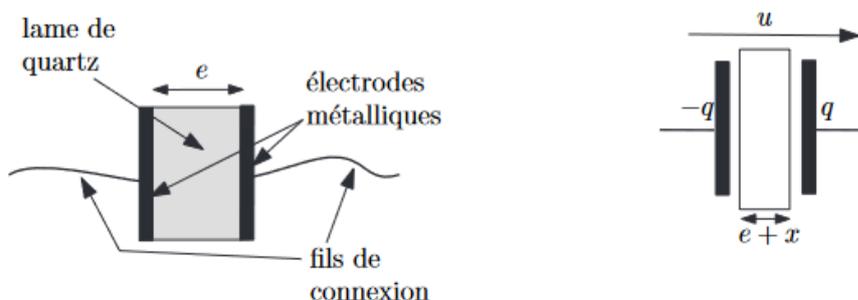
Le quartz est un cristal de formule SiO_2 . On y taille une lame mince. Selon l'orientation de cette lame par rapport au réseau cristallin, un effet piézoélectrique peut apparaître : en 1880, Jacques et Pierre Curie ont découvert qu'une traction ou une compression du cristal conduisent, en plus d'une variation de dimension, à l'apparition d'une polarisation du milieu. L'effet inverse, prévu par Gabriel Lippmann en 1881, est également visible : le dépôt de charges sur les faces d'une lame piézoélectrique conduit à l'allongement de celle-ci.



En absence d'étirement, les barycentres de charges positives et des charges négatives sont confondus. En présence d'étirement \vec{F} comme sur la figure, il apparaît que le barycentre des charges positives est au-dessus de celui des charges négatives. Il en résulte donc un moment dipolaire de bas en haut.

Sur les deux faces, on effectue un dépôt métallique permettant d'obtenir deux électrodes puis de connecter l'ensemble à un circuit électrique.

L'application d'une différence de potentiel u entre les électrodes conduit à l'apparition d'une charge $\pm q$ sur celles-ci, et à une variation d'épaisseur du quartz, d'une quantité x .



La lame de quartz métallisée est étirée par une force $\vec{F} = F\vec{e}_x$, de sorte que son épaisseur devient $e+x$, avec $|x| \ll e$. L'effet piézoélectrique (qui est linéaire) induit un terme supplémentaire dans l'expression de la polarisation : $\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E} + \frac{\epsilon_0 \epsilon_r \beta}{e} x \vec{e}_x$, β est une constante.

Le vecteur déplacement à la surface du quartz diélectrique s'écrit : $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \frac{-q}{S} \vec{e}_x$, S est la surface de la lame de quartz.

Or, on peut montrer que $E = \frac{u}{e}$, avec u la différence de potentiel appliquée aux armatures métalliques.

De plus, la capacité d'un condensateur plan idéal vaut : $C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{e}$

On en déduit : $\frac{q}{C} + \beta x = u$

L'effet piézoélectrique inverse se traduit de même par une force due à la charge q qui s'ajoute à l'effet de l'allongement. La force de traction à exercer s'écrit alors : $\vec{F} = -k\vec{x} - \beta q \vec{e}_x$

La lame de quartz subit \vec{F} ainsi qu'une force de frottements de la forme : $\vec{f} = -\alpha \vec{v}$

La 2^e loi de Newton s'écrit donc : $m\ddot{x} + \alpha \dot{x} + kx = -\beta q$

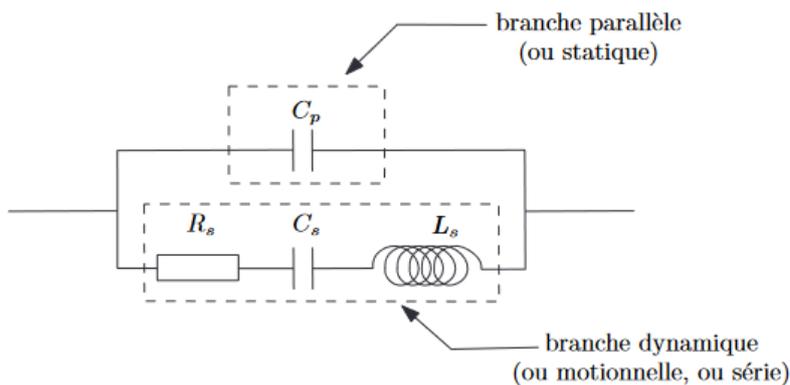
On cherche maintenant l'impédance de ce dipôle.

$$\begin{cases} \frac{q}{C} + \beta x = u \\ m\ddot{x} + \alpha \dot{x} + kx + \beta q = 0 \end{cases}$$

Or, $i = j\omega$, on en déduit :

$$\underline{Z} = \frac{u}{\underline{i}} = \frac{1}{j\omega} \left[\frac{1}{C} - \frac{\beta^2}{k + j\alpha\omega - m\omega^2} \right]$$

On peut montrer que le schéma électrique équivalent est :



Par identification :

$$\begin{cases} C_p = C \\ C_s = \frac{\beta^2 C^2}{k - C\beta^2} \\ R_s = \frac{\beta^2 C^2}{\delta} \\ L_s = \frac{\beta^2 C^2}{m} \end{cases}$$

b) Applications

Comme on l'a vu, la première application de la piézoélectricité fut le sonar. La piézoélectricité possède de nombreuses applications. On peut notamment utiliser le quartz pour les montres ou même les horloges atomiques. On peut utiliser un oscillateur à quartz, avec une fréquence de $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_s C_s}} = 32768 \text{ Hz} = 2^{15} \text{ Hz}$

Ainsi, partant d'un signal oscillant à f_0 , il suffit de diviser 2^{15} fois sa fréquence pour obtenir des oscillations de 1 Hz, et donc avoir 1 s.

Et pour les horloges atomiques ?

Une horloge atomique est constituée d'un four à césium qui génère un jet très directif d'atomes de césium. Sur le trajet de ces atomes, un dispositif permet de sélectionner ceux qui se trouvent dans le niveau d'énergie recherché.

On y trouve ensuite une cavité résonnante, dans laquelle les atomes interagissent avec une micro-onde générée par un oscillateur à quartz, avec un signal électrique de fréquence 9 192 631 770 Hz. Enfin, un dispositif de détection (aimant, ioniseur et multiplicateur d'électrons ou laser et photo détecteur) renseigne sur les atomes ayant effectivement subi la transition attendue. Le système modifie alors la fréquence du quartz pour arriver à un nombre d'atomes dans l'état supérieur.

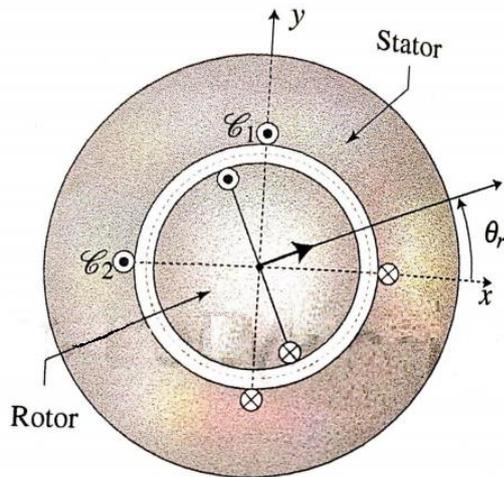
Finalement, c'est sur un oscillateur à quartz que repose le fonctionnement d'une horloge atomique à jet de césium. Les atomes de césium quant à eux jouent le simple rôle de contrôleurs et d'ajusteurs de la fréquence du signal généré par le quartz.

Le principal défaut d'un oscillateur à quartz est son manque de stabilité à long terme. Au fil du temps, les propriétés mécaniques du cristal s'altèrent et la fréquence des oscillations se met à varier. L'horloge ne mesure plus les secondes correctement et finit par avancer ou retarder selon que la fréquence augmente ou diminue. Dans une horloge à quartz traditionnelle, ces variations de fréquence ne sont pas détectées et l'horloge dérive sans que l'on puisse s'en rendre compte, sans la comparer à une autre horloge qui indiquerait l'heure juste. C'est à ce niveau que se situe l'apport des horloges atomiques. Par un dispositif approprié qui fait appel à des atomes individuels, il est possible de détecter en temps réel toutes les variations de la fréquence d'oscillation du quartz et d'y pallier en agissant sur les paramètres du circuit électronique qui contrôle ces oscillations.

On va maintenant s'attaquer à la machine synchrone.

3) Description de la machine synchrone

a) Constitution d'une machine tournante

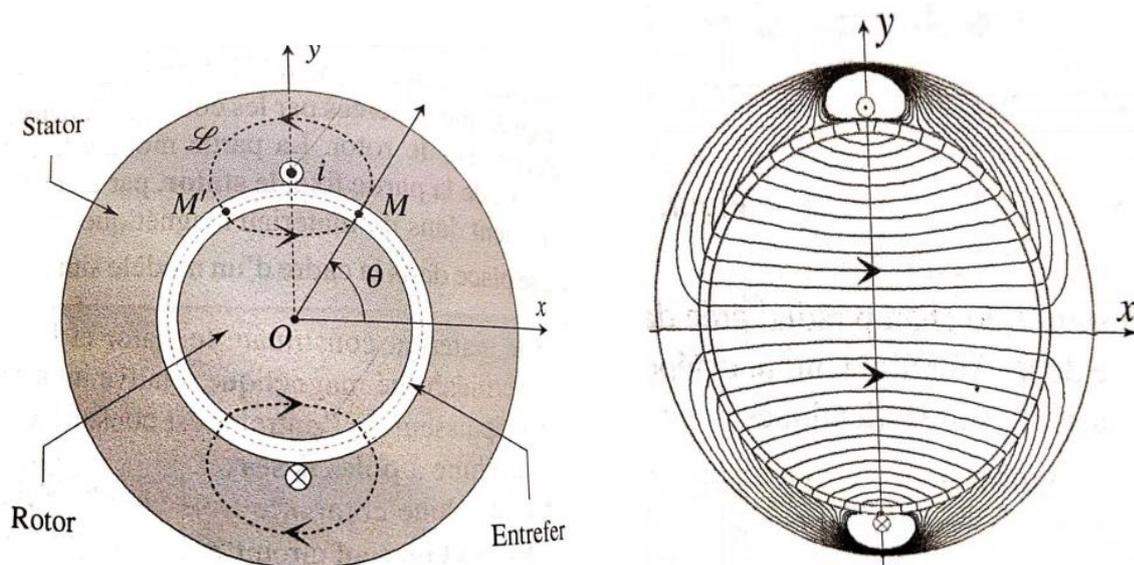


La machine synchrone est composée de deux parties en matériau magnétique: On fait l'hypothèse que ce matériau est idéal ($\mu_r \rightarrow \infty$). Le stator est fixe alors que le rotor va pouvoir tourner. Entre les deux il y a un espace vide appelé entrefer.

Le stator comprend des bobinages parcourus par des courants imposés par des sources extérieures, ce qui crée dans l'entrefer un champ magnétique radial tournant. S'il y a 2 sources on parlera de machine diphasée (on se limitera à ça dans la leçon), s'il y a 3 sources on parlera de machine triphasée. Le bobinage du rotor est parcouru par un courant constant qui crée un champ magnétique radial dans l'entrefer. On dit qu'un champ est glissant s'il est de la forme : $\vec{B} = B_0 \cos(\omega t - p\theta)$, p est le nombre de paires de pôles.

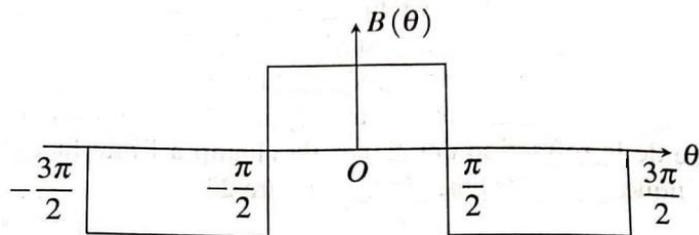
b) Champ statorique

On considère une spire du stator et on cherche la forme des lignes de champ qu'elle crée.

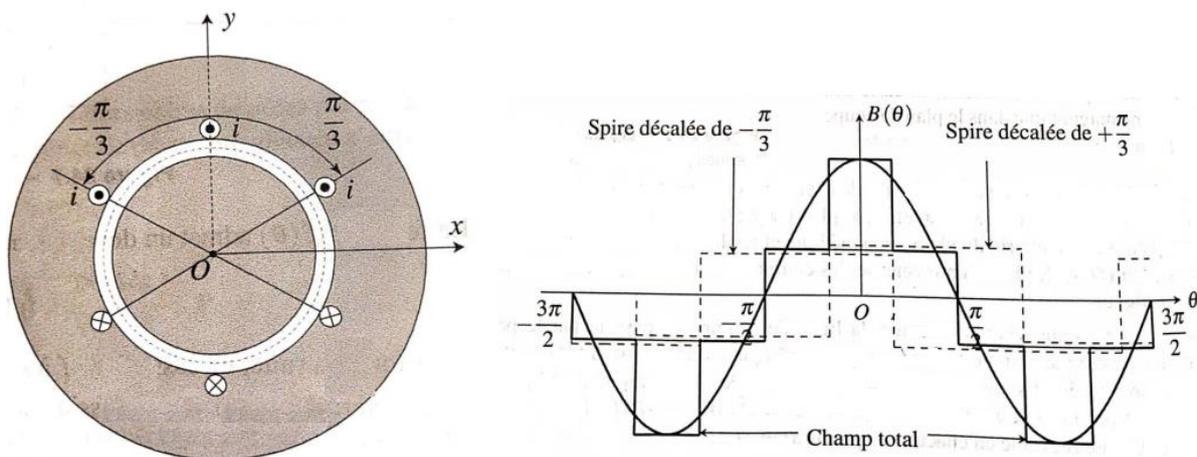


On applique le théorème d'Ampère à la ligne de courant. H est nul sur les portions de la ligne de champ dans le matériau magnétique, car il est considéré idéal. Avec la symétrie du système, on a pour $\theta \in]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$, $B(\theta) = \frac{\mu_0 i}{2e}$, avec e l'entrefer.

Par symétrie, pour $\theta \in]\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}[$, $B(\theta) = -\frac{\mu_0 i}{2e}$

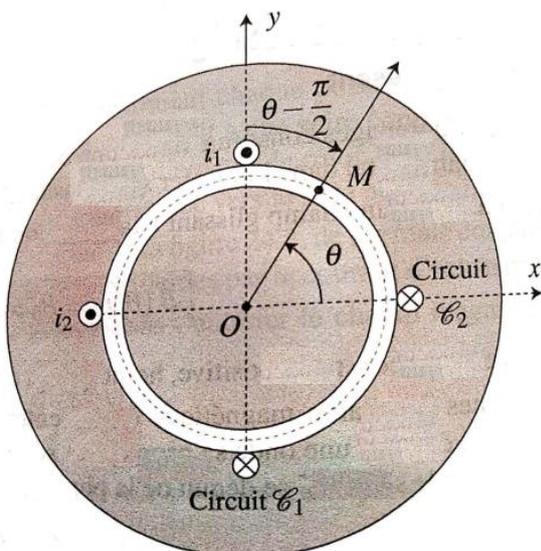


Si on ajoute 2 spires déphasées de $\frac{\pi}{3}$ et $-\frac{\pi}{3}$ par rapport à la première spire, on obtient :



On peut en conclure que si on ajoute un grand nombre de spires, le champ est : $B(\theta) = ki(t)\cos(\theta)$, k dépend du matériau du stator, de la géométrie des spires et de leur nombre. L'ensemble de ces spires forment un bobinage qui est parcouru par un seul et même courant.

Mais pour faire un champ tournant, on ajoute un circuit au stator.



Le premier circuit crée un champ : $\vec{B}_{S1} = ki_1(t)\cos(\theta)\vec{e}_r$

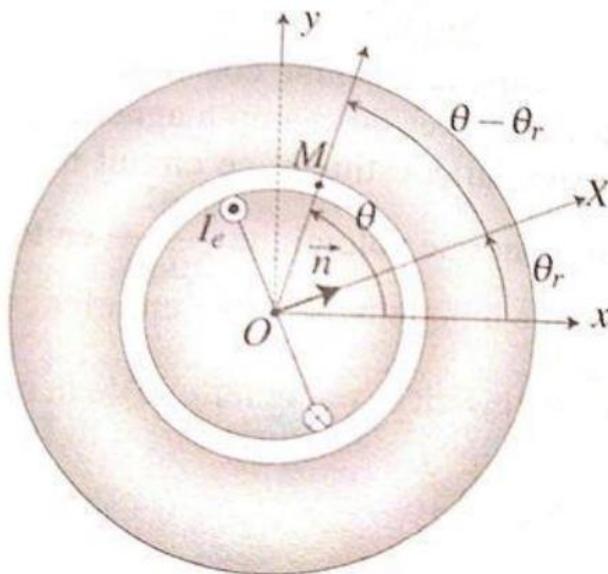
Le deuxième circuit crée un champ : $\vec{B}_{S2} = ki_2(t)\cos(\theta - \frac{\pi}{2})\vec{e}_r$

Les intensités sont également déphasées : $i_1(t) = I \cos(\Omega t)$ et $i_2(t) = I \cos(\Omega t - \frac{\pi}{2})$

Le champ créé par le stator est la somme des deux champs : $\vec{B}_S = kI \cos(\Omega t - \theta)\vec{e}_r$

On a donc un champ glissant, avec $p = 1$.

c) Champ rotorique



Les bobinages dans le rotor sont parcourus par un courant I_r constant qui crée un champ :

$$\vec{B}_r = k'I_r \cos(\theta - \theta_r)\vec{e}_r = k'I_r \cos(\theta - \omega t - \theta_0)\vec{e}_r$$

4) Principe de la machine synchrone

a) Énergie électromagnétique

L'énergie emmagasinée dans l'entrefer s'écrit :

$$E_{mag} = \int_R^{R+e} \int_0^{2\pi} \int_0^L \frac{B^2}{2\mu_0} d\tau$$

$$E_{mag} = E_{mag,s} + E_{mag,r} + E_{mag,couplage}$$

$$E_{mag} = \frac{\pi L Re k^2 I_s^2}{2\mu_0} + \frac{\pi L Re k'^2 I_r^2}{2\mu_0} + \frac{\pi L Re k k' I_s I_r}{\mu_0} \cos(\Omega t - \omega t - \theta_0)$$

$$E_{mag} = \frac{\pi L Re}{\mu_0} \left(\frac{k^2 I_s^2}{2} + \frac{k'^2 I_r^2}{2} + k k' I_s I_r \cos(\Omega t - \theta_r) \right)$$

Pour une machine synchrone, le couple électromécanique s'écrit :

$$C = \frac{\partial E_{mag}}{\partial \theta_r} = \frac{\pi L R e k k' I_s I_r}{\mu_0} \sin(\Omega t - \theta_r)$$

b) Synchronisme

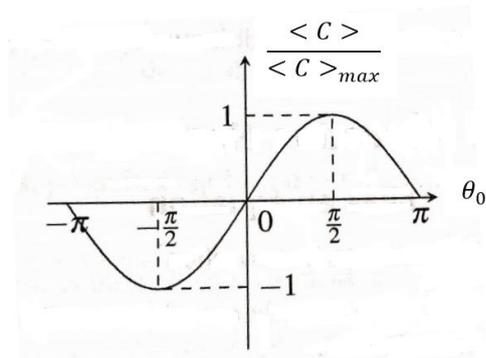
On cherche à avoir un couple moyen non nul. Or $\theta_r = \omega t + \theta_0$, donc la condition précédente est réalisée si $\Omega = \omega$ (condition de synchronisme).

Si $\Omega \neq \omega$, alors $\langle C \rangle = 0$.

$$\langle C \rangle = \frac{\pi L R e k k' I_s I_r}{\mu_0} \sin(\theta_0)$$

c) Réversibilité

La machine peut fonctionner en mode alternateur ou moteur selon le signe de θ_0 .

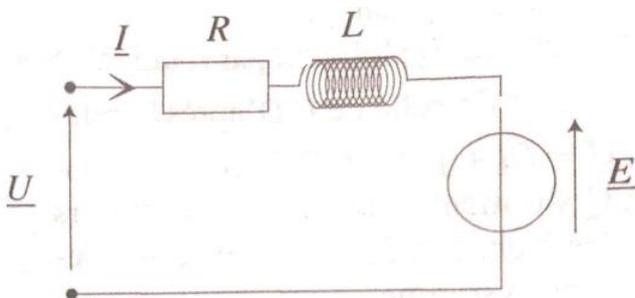


Si $\langle C \rangle > 0$: fonctionnement moteur, le champ rotorique est en retard sur le champ statorique.

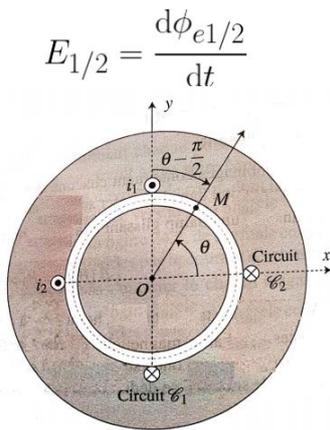
Si $\langle C \rangle < 0$: fonctionnement générateur, le champ statorique est en retard sur le champ rotorique.

5) Bilan de puissance

Modèle électrique d'une phase :



$$\begin{cases} u_1 = R i_1 + L \frac{di_1}{dt} + E_1 \\ u_2 = R i_2 + L \frac{di_2}{dt} + E_2 \end{cases}$$



$$\phi_{e,1} = N_s \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \vec{B}_r \cdot \vec{e}_r R h d\theta$$

$$\phi_{e,2} = N_s \int_0^{\pi} \vec{B}_r \cdot \vec{e}_r R h d\theta$$

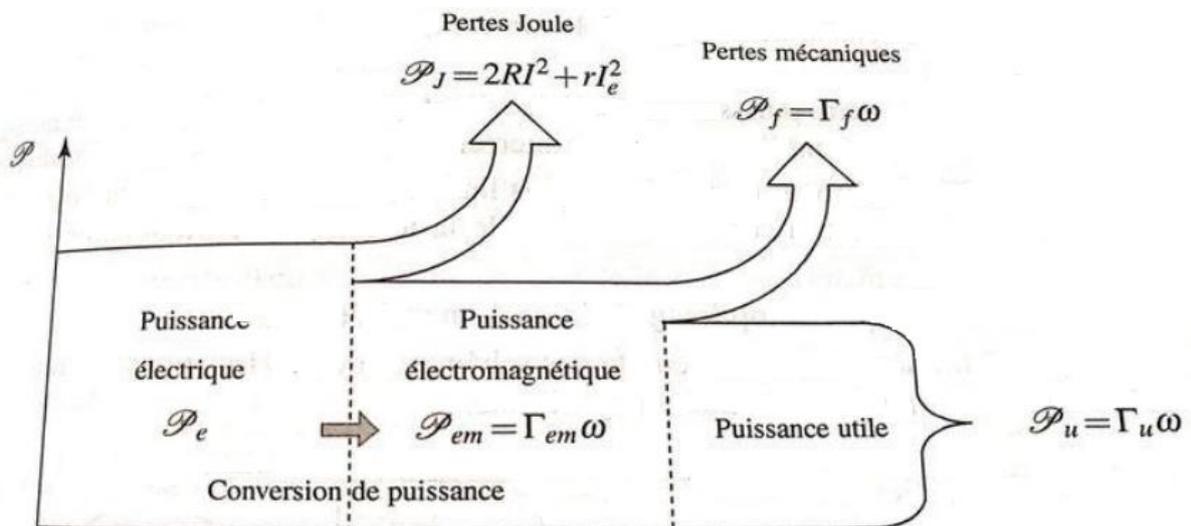
$$\begin{cases} \phi_{e,1} = \phi_0 \sqrt{2} \cos(\omega t - \alpha) \\ \phi_{e,2} = \phi_0 \sqrt{2} \cos(\omega t - \alpha - \frac{\pi}{2}) \end{cases}$$

Avec :
$$\phi_0 = \frac{2k' N_s I_r R L}{\sqrt{2}}$$

$$p_e(t) = u_1 i_1 + u_2 i_2 + U_e I_e$$

$$\Rightarrow p_e(t) = R i_1^2 + R i_2^2 + r I_e^2 + \underbrace{\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L i_1^2 + \frac{1}{2} L i_2^2 \right)}_{=0} + E_1 i_1 + E_2 i_2$$

$$\mathfrak{P}_e = \mathfrak{P}_J + \mathfrak{P}_{em}$$



La puissance électrique qui est fournie au moteur est convertie en pertes Joule et en puissance électromagnétique. Celle-ci est convertie en puissance mécanique et en perte par frottement.

D'autres systèmes permettent de convertir l'énergie, c'est le cas notamment de la machine asynchrone. Elle a la même organisation statorique mais son rotor fonctionne différemment. Par ailleurs, du fait de la condition de synchronisme, la machine synchrone ne peut démarrer seule. On peut alors être amené à utiliser des petits moteurs asynchrones pour l'entraîner.